MLS – PEDAGOGY, CULTURE AND INNOVATION (MLSPCI)
https://www.mlsjournals.com/pedagogy-culture-innovation

(2025) MLS-Pedagogy, Culture and Innovation, 2(2), 269-289

Aproximación a las funciones exponencial y logarítmica a través del análisis didáctico

Approach to exponential and logarithmic functions through didactic analysis

Elena Ana Codogni

Universidad Internacional Iberoamericana, México. (elena.codogni@doctorado.unini.edu.mx)
(https://orcid.org/0009-0007-6739-2132)

Información del manuscrito:

Recibido/Received: 15/05/25
Revisado/Reviewed: 18/06/25
Aceptado/Accepted: 23/07/025

RESUMEN

Palabras clave:
función exponencial, función logarítmica, análisis didáctico.

El artículo que se presenta centra su atención en la planificación y organización de la enseñanza y del aprendizaje de la función exponencial y logarítmica y nace de la necesidad de mejora de los aprendizajes en Matemáticas. Se utiliza como marco teórico el Análisis Didáctico, en sus cuatro subanálisis (de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación) mediante el diseño y la implementación de una unidad didáctica y, como metodología, un estudio de corte mixto con dos grupos de estudiantes de cuarto año de una institución educativa argentina. La unidad didáctica se compone de título, objetivos, contenidos, metodología, evaluación y las tareas. Los resultados muestran que la organización de la enseñanza bajo este enfoque determina un mayor rendimiento académico de los alumnos en Matemáticas en el tema de funciones exponenciales y logarítmicas, ya que las puntuaciones, analizadas mediante la prueba U Man Whitney, del grupo experimental fueron superiores al del grupo control con una significancia estadística menor a 0,05. Asimismo, se realizaron entrevistas a los estudiantes del grupo experimental, al finalizar la unidad didáctica, sobre cada uno de los ejercicios y problemas de ésta y sus opiniones denotaron que llegaron a una comprensión más acabada del tema, por lo que mediante esta intervención no solo mejoraron sus calificaciones, sino que además mejoró su comprensión del tema en cuestión.

ABSTRACT

Keywords:
exponential function, logarithmic function, didactic analysis.

The article presented focuses on the planning and organization of teaching and learning of exponential and logarithmic functions and is born from the need to improve learning in Mathematics. The theoretical framework used is Didactic Analysis, in its four sub-analyses (content, cognitive, instructional and performance) through the design and implementation of a didactic unit and, as a methodology, a mixed-cut study with two groups of fourth-year students from an Argentine educational institution. The didactic unit consists of title, objectives, content, methodology, evaluation and tasks. The results show that the organization of teaching under this approach determines a higher academic performance of students in Mathematics in the subject of exponential and logarithmic functions, since the scores, analyzed by the U Man Whitney test, of the experimental group were higher than those of the control group with a statistical significance of less than 0.05. Likewise, interviews were conducted with the students in the experimental group at the end of the teaching unit, on each of the exercises and problems in it, and their opinions indicated that they reached a more complete understanding of the subject, so that through this intervention they not only improved their grades, but also their understanding of the subject in question.

Introducción

Esta investigación pretende ser un aporte a la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, que se hace necesaria debido a los resultados negativos del rendimiento en Matemática de los alumnos en las últimas décadas, particularmente de la Función Exponencial y Logarítmica, en cuanto al planteo y la resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas y al estudio completo de dichas funciones incluyendo sus gráficas, en el nivel medio.

Este trabajo se basa en la planificación, diseño e implementación de una unidad didáctica (Ver anexo 1) correspondiente al programa de 4to. año del nivel medio de Matemática y al tema de Funciones Exponenciales y Logarítmicas basada en el método del Análisis Didáctico, con alumnos de un colegio de enseñanza privada, cuya orientación es bachiller en informática, de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires-República Argentina.

El objetivo de este artículo es "Aplicar el Análisis Didáctico en una unidad didáctica de la función exponencial y logarítmica en matemática en 4to año del nivel secundario".

La unidad didáctica se compone de TÍTULO, OBJETIVOS, CONTENIDOS, METODOLOGÍA, EVALUACIÓN y LAS TAREAS.

La implementación de una unidad didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la función exponencial y logarítmica, desde el Análisis Didáctico tiene por objetivo mejorar el aprendizaje efectivo que se pretende lograr, en este contexto se recorre el marco teórico que aporta el Análisis Didáctico:

Según Martínez, Triviño y Bonilla (2023) el Análisis Didáctico desarrolla la competencia de planificación curricular que permite al profesor de matemáticas diseñar, desarrollar y evaluar el contenido matemático a gestionar en el aula de clases, donde se puede prever los elementos, tiempos y condiciones ideales para el proceso de gestión de una unidad didáctica. (p.43)

Manifiestan Rico, Lupianez y Molina (2013) que el Análisis Didáctico consta de cuatro análisis: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación.

De acuerdo con estos autores, en el análisis de contenido ubicado en la dimensión cultural y conceptual del currículo, el docente debe identificar, seleccionar y organizar los significados de los conceptos y procedimientos del tema matemático en cuestión que crea relevantes para planificar como contenidos escolares aprobados para la instrucción. Rever y organizar los conceptos y procedimientos, la manera en que ellos pueden representarse y la organización de los fenómenos y problemas a los que pueden dar solución, delimitarán los organizadores de currículo que forman el análisis de contenido.

Acorde a Martínez (2020) que sigue a Lupiáñez (2009) diferencia distintos niveles del análisis de contenido: el conocimiento que se imparte y que se consideró en el transcurso de la historia, los contenidos que las leyes de educación indican que deben enseñarse, los contenidos que se proponen para una materia y el contenido de un tema en particular.

En esta etapa de la investigación se identificaron los conceptos a impartir, basados en el diseño curricular correspondiente, vinculados a la enseñanza aprendizaje de la función exponencial y logarítmica.

Rico et al., (2013) amplían con respecto a los organizadores del currículo:

> El análisis de contenido se organiza en torno de 3 organizadores del currículo: Los sistemas de representación, donde se consideran las diferentes maneras en las que se puede representar el contenido y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos.

> La fenomenología, la cual considera los fenómenos (contextos, situaciones y problemas) que pueden dar sentido al contenido considerado.
> La estructura conceptual, que considera las relaciones de los conceptos y procedimientos implicados en el contenido estudiado, atendiendo tanto a la estructura Matemáticas de la que forman parte, como a la que configuran tales conceptos y procedimientos. (Rico et al., 2013, p.85)

En la elaboración de la unidad didáctica se consideró que los alumnos trabajen con diferentes sistemas de representación:

Algebraica: se basa en grafismos y tiene reglas de escritura propias.

Verbal: es la forma en que se expresan verbalmente los entes matemáticos, sus relaciones y prioridades; existe terminología específica para diferenciarlos.

Gráfica: se basa en gráficos, es la que aparece al representar relaciones o funciones en los ejes cartesianos, números en la recta numérica, etc.

Tabular: se trata de información a través de tablas.

Específicamente, en las tareas “Pelotas para malabares”, “Coronas navideñas” y “Escala de Richter” trabajaron con las representaciones algebraicas, verbales y gráficas, en la tarea “El millón” con algebraica, verbal y tabular y en la tarea “Plazo fijo” usaron los cuatro tipos de representaciones.

En cuanto a la fenomenología todos los problemas se plantearon, en la unidad didáctica, con situaciones de la vida cotidiana (“Pelotas para malabares”, “Coronas navideñas”, “Plazo fijo”, “El millón” y “Escala de Richter”, siendo esta última una escala que se utiliza para medir la intensidad de los terremotos)

La estructura conceptual, tal como se definió anteriormente, se estableció luego de un minucioso recorrido por los libros de textos de Matemáticas de 4to. Año: Funciones 2 Altman, S., Comparatore, C y Kurzrok, L. (2008) y Matemática II Molina, A., Féliz O., Laurens, R., Toribio, C. Cueto, R., Michel, D., Carbonell, L., Larcier, N., Lugo, J. y Montes de Oca, R. (2008).

Siguiendo con el análisis cognitivo:

Rico et al., (2013) ilustran con relación al análisis cognitivo:

> El análisis cognitivo, ubicado en la dimensión cognitiva del currículo, aborda la problemática del aprendizaje de ese tema matemático por parte de los escolares. Desde un planteamiento constructivista (Coll, 2002), el profesor, a partir de la información obtenida en el análisis de contenido previo y del conocimiento sobre Matemáticas escolares y sobre su aprendizaje, enuncia y organiza expectativas de aprendizaje sobre ese tema matemático. También analiza aquellas limitaciones que pueden interferir el aprendizaje, y organiza la selección de tareas que les suministrara a los escolares la oportunidad de aprender. (Rico et al.,2013, p.83)

De acuerdo con Martínez (2020) que refiere a (Rico y Fernández-Cano, (2013), el análisis cognitivo, desde el enfoque curricular, tiene en cuenta lo complejo de las tareas según el nivel de profundidad del tema en cuestión, la variedad de objetivos de aprendizaje que engloban y los obstáculos cuya dominación suponen.

En este trabajo, en la etapa del análisis cognitivo, se determinaron los objetivos de aprendizaje a partir de la información obtenida en el análisis de contenido y se analizaron las posibles limitaciones que podrían aparecer en el aprendizaje de este tema también a partir de los errores de las tareas diagnósticas (ver anexo 2) de los conocimientos previos. Posteriormente se determinaron las tareas pertinentes.

> En el análisis de instrucción, el profesor selecciona, diseña y secuencia las tareas que empleará en la instrucción para lograr las expectativas de

> aprendizaje que ha concretado anteriormente. También analiza los diferentes materiales y recursos que podrá emplear en sus clases y, entre otros aspectos, define la secuenciación de tareas y sesiones y delimita aspectos centrales de la gestión del aula. (Rico, et al., 2013, p.83)

Martínez (2020) considera que el análisis de instrucción, luego de los análisis previos, se centra en la enseñanza del tema matemático en cuestión, y desde el enfoque curricular está centrado en planificar la enseñanza para hallar como resultado el diseño de la unidad didáctica, diseño que se justifica en los análisis de contenido y cognitivo. Luego el autor refiere a Gómez (2002) que indica que en el procedimiento del Análisis Didáctico debe existir una relación de diálogo entre todos los subanálisis, cada subanálisis del Análisis Didáctico no solamente responde y se apoya en el previo, sino que, además, lo que se necesita en una fase puede rever y modificar los análisis realizados en las fases anteriores.

En esta etapa se diseñaron las tareas y su secuencia, en relación con los objetivos planteados y la cantidad de clases que conforman la unidad didáctica.

Por último, en el análisis de actuación:

Rico et al., (2013), sobre al análisis de actuación manifiestan:

> El último de los análisis, el de actuación, se lleva a cabo después de implementar la unidad didáctica y le sirve al profesor para recabar información acerca de: la medida en que se han logrado las expectativas de aprendizaje establecidas, la funcionalidad de las tareas empleadas o la bondad de las herramientas de evaluación puestas en juego. Esta información es útil de cara a la próxima implementación de la unidad diseñada o al inicio de la planificación del tema siguiente. (p.83)

Martínez (2020) sigue a Lupiáñez (2013) que indica que, luego del análisis de instrucción, el profesor reflexionará sobre el nivel de adecuación de su propuesta de enseñanza-aprendizaje al analizar los resultados que halló. Martínez (2020) agrega que el análisis de actuación tiene dos focos de atención, uno consiste en reflexionar sobre si se lograron los objetivos de aprendizaje y superaron los alumnos los obstáculos previstos, en este foco es primordial el análisis cognitivo anterior; y el otro foco debe estar puesto en la enseñanza como proceso, ya que los resultados que obtuvieron los estudiantes son producto del accionar del profesor y del diseño de la unidad didáctica, en este último foco es fundamental el análisis de contenido y de instrucción, ambos realizados previamente. Martínez (2020) al referirse a Lupiáñez (2013) enuncia que en esta etapa el docente puede considerar:

- Ponderar si la instrucción tuvo consistencia y coherencia al seleccionar y organizar las tareas y contenidos y si fueron propicias para las expectativas de aprendizaje planteadas.
- Establecer el nivel de logro de las expectativas de aprendizaje y el desarrollo de las competencias especificas matemáticas logradas por los alumnos.
- Verificar que se hayan superado las dificultades y los errores.
- Reflexionar sobre la oportunidad de los recursos y materiales didácticos utilizados.
- Estimar lo conveniente de los instrumentos evaluativos para tener información del aprendizaje e impulsarlo.

En términos anteriores, el análisis de resultados se materializa al establecer las fortalezas y debilidades de lo propuesto para procurar mejoras en los siguientes ciclos. Por lo que, en este análisis nace un nuevo diseño de la unidad didáctica.

Se evaluaron los aprendizajes de los alumnos, a través de su rendimiento académico, luego de la implementación del trabajo de campo de esta investigación.

El desarrollo de cada una de las clases que componen la implementación de la unidad didáctica consistió en la explicación introductoria de la docente, luego los alumnos resolvían los problemas y ejercicios y desarrollaban las tareas para finalmente, entregar las resoluciones de los problemas y ejercicios, y en la clase siguiente recibían la devolución correspondiente por parte de la docente.

Método

La metodología de investigación que se aplicó fue un estudio de caso de enfoque mixto y de tipo interpretativa. Esta metodología fue aplicada a dos grupos, el grupo control (uno de 19 alumnos cohorte 2021con la enseñanza tradicional) y el grupo experimental de 21 alumnos cohorte 2022 (con la implementación de la unidad didáctica de esta investigación), respectivamente, de estudiantes de 4to año del Colegio de Nuestra Señora (Ciudad Autónoma de Buenos Aires – República Argentina), en la asignatura Matemáticas.

En este trabajo se constituyó el diseño e implementación de una unidad didáctica durante 4 semanas de 4 horas cátedra semanales, correspondiente al tema Función exponencial y logarítmica basada en el Análisis Didáctico en sus cuatro fases (Análisis de Contenido, Cognitivo, de Instrucción y de Actuación), los alumnos habían estudiado previamente números reales, sucesiones, probabilidad y estadística y funciones cúbicas. Como limitación se considera la posible falta de formación de los docentes que se impliquen en la corriente del Análisis Didáctico.

Según los resultados obtenidos luego de la realización de las tareas diagnósticas, los temas en los que los alumnos presentaron mayores dificultades en relación con sus conocimientos previos fueron: factor común, despejar incógnitas, exponente fraccionario, graficar funciones, clasificar funciones, estudio de funciones, asíntotas, función inversa, sistemas de ecuaciones, función cuadrática, propiedad cancelativa, uso correcto de la calculadora y el cálculo de las soluciones de una ecuación y los porcentajes más altos de errores se hallaron en el tema de funciones, lo que lleva a que luego no puedan asimilar correctamente el tema de Función Exponencial y Logarítmica.

En el marco teórico se indagó sobre el Análisis Didáctico, en sus cuatro fases (Análisis de Contenido, Cognitivo, de Instrucción y de Actuación), que enmarca esta investigación, como se describe en la introducción.

El rendimiento académico de los alumnos se midió a través de las calificaciones obtenidas en un mismo examen escrito, y se comparó con respecto al nivel de aprendizaje de los alumnos del año anterior, cabe aclarar que a los alumnos del grupo control que son los del año anterior se le aplicó la metodología tradicional, es decir sin la aplicación del Análisis Didáctico y sin la implementación de la unidad didáctica basada en él, y a los del año en curso en ese momento, que son el grupo experimental, se les aplicó la metodología descripta en este artículo.

También, luego de realizar las tareas correspondientes, se realizaron entrevistas (ver anexo 4) a los alumnos del grupo experimental en tres etapas: inicial, de desarrollo y final, cuyos resultados aparecen en el apartado de resultados de este artículo.

Finalmente, se comparó el rendimiento académico, según los resultados obtenidos en los grupos control y experimental, a través de la prueba de U Mann Whitney en Microsoft Excel. La U Mann Whitney se utiliza para dos grupos independientes, en muestras de menos de treinta unidades de análisis, para una variable de tipo ordinal en una distribución no normal, de allí el porqué de su elección.

Resultados

A medida que los alumnos realizaban la unidad didáctica al finalizar las tareas se les realizaban entrevistas en cuyos resultados se pueden observar los beneficios que ellos percibían en sus aprendizajes (Ver anexo 4).

Las entrevistas se le realizaron a un total de 21 estudiantes de 4to. Año.

Las notas van desde 0 hasta 10, ambos inclusive y la nota de aprobación es igual o mayor a 6, por lo que resultan desaprobados los que obtengan una nota menor a 6.

Los resultados obtenidos en la evaluación final, que sirvieron para evaluar el aprendizaje de los alumnos a través de su rendimiento académico, fueron los siguientes:

TABLA 1

Resultados obtenidos en las evaluaciones de ambos grupos

Número de participante	Notas del grupo control	Notas del grupo experimental
1	8	10
2	3	10
3	8	7
4	10	10
5	5	8
6	8	10
7	5	6
8	8	7
9	6	6
10	3	8
11	8	10
12	3	8
13	6	5
14	5	9
15	2	8
16	8	4
17	8	10
18	5	9
19	2	8
20		7
21		9

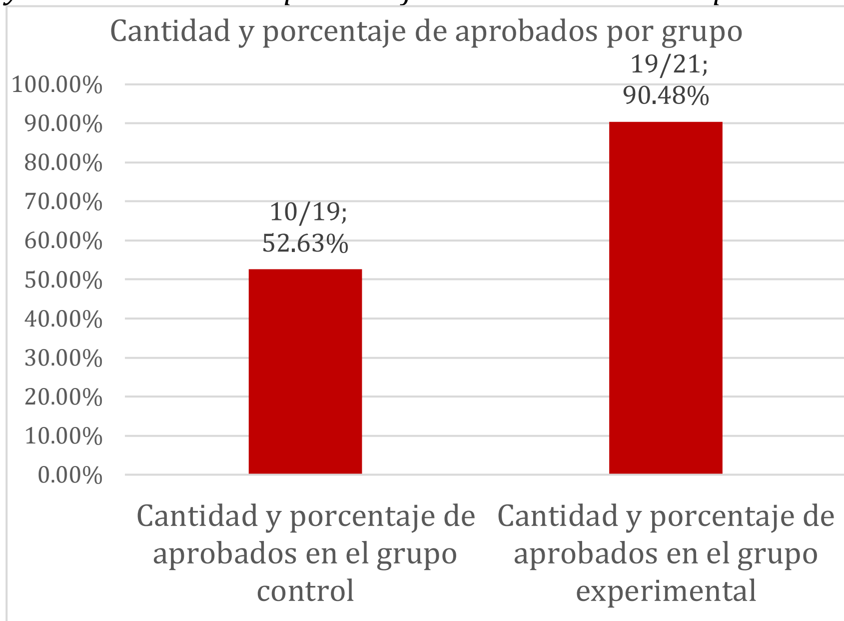
Nota. Grupo control: alumnos cohorte 2021(con la enseñanza tradicional) y Grupo experimental: alumnos cohorte 2022 (con la implementación de la unidad didáctica de esta investigación).

En la tabla 1 se puede observar como en el grupo experimental han resultado más elevadas las calificaciones en general.

En la figura 1 se muestra la cantidad de aprobados y el porcentaje de aprobados en cada grupo.

FIGURA 1

Cantidad de aprobados (total de aprobados sobre el total del grupo correspondiente) y el porcentaje de aprobados por grupos

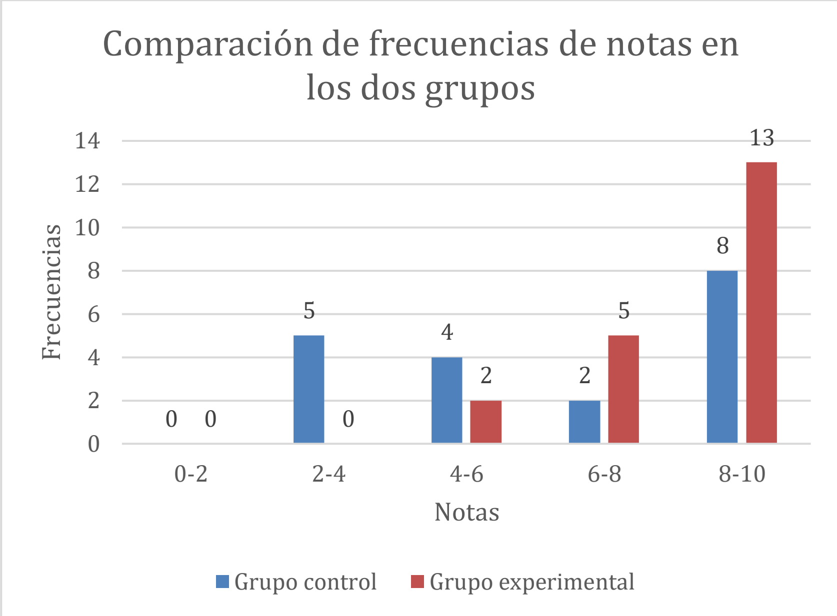


En la figura 1 se aprecia como se ha incrementado en el grupo experimental la cantidad, y por ende, el porcentaje de aprobados.

En la figura 2 se muestra la comparación de frecuencias de notas en ambos grupos, para lo cual se han dividido los datos correspondientes a las notas en 5 intervalos, siendo los valores de las calificaciones de 0 a 10 y a partir de 6 el valor correspondiente a la nota de aprobación:

FIGURA 2

Comparacion de frecuencias de notas en ambos grupos



En la figura 2 se puede ver como en el grupo experimental, no solo fue mayor la cantidad de aprobados, sino que, además, en general, las notas de los desaprobados en el segundo grupo fueron más altas al igual que en los aprobados.

En la tabla 2 se muestran los resultados al aplicar, a los fines estadísticos, la U Mann Whitney que se usa para comparar los rendimientos académicos en ambos grupos:

TABLA 2

Cálculo para determinar la U Mann Whitney Resultado	Amostra 1	Amostra 2
Tamanho da amostra	19	21
Soma dos Postos (Ri)	286,5	533,5
Mediana =	6,00	8,00
U =	96,50	
p-valor (unilateral) =	,0026	
p-valor (bilateral) =	,0053	

Nota. Resultados obtenidos con el software estadístico Bioestat 5.3

En la tabla 2 se puede observar que los grupos mostraron diferencias estadísticamente significativas en el rendimiento académico donde las puntuaciones del grupo control (mediana=6) fueron menores que la del grupo experimental (mediana=8) U=96,50, p=0,0026. El p-valor menor a 0,05 evidencia estadísticamente diferencia significativa entre ambos grupos.

Se evidencia que mejora el rendimiento académico con la aplicación del Análisis Didáctico, ya que en la figura 1 se puede observar que en el grupo control resultan aprobados el 52,63 % de los alumnos y en el grupo experimental resultan aprobados el 90,48 % de los alumnos, lo que representa una diferencia de 37,85 % más de alumnos aprobados en el grupo experimental. en simultaneo, la mejora se sigue evidenciando ya que como se puede ver en la figura 2, en el grupo experimental no solo fue mayor la cantidad de aprobados, sino que además que en los desaprobados las notas en el grupo experimental fueron más altas al igual que en los aprobados, en los dos grupos no hubo desaprobados con notas entre 0 y 2, con notas entre 2 y 4 hubo 5 desaprobados en el grupo control y ningún desaprobado en el grupo experimental, con notas entre 4 y 6 hubo

4 desaprobados en el grupo control y solo 2 en el grupo experimental, con notas entre 6 y 8 hubo 5 aprobados en el grupo experimental y solo 2 aprobados en el grupo control y por último con notas entre 8 y 10 hubo 13 aprobados en el grupo experimental y solo 8 aprobados en el grupo control.

Finalmente, una vez obtenidos los resultados del examen que se les tomó a ambos grupos se demostró que el rendimiento académico en la asignatura mejoró con la aplicación de esta propuesta didáctica elaborada.

Discusión y conclusiones

Luego de implementar la unidad didáctica, evaluar a través del examen escrito el rendimiento de los alumnos y realizarles entrevistas en tres etapas (inicial, de desarrollo y final) se concluyó lo siguiente:

- Se pudo observar una mejora en el rendimiento académico del grupo experimental con respecto al grupo control.
- Los resultados de las entrevistas que se les aplicaron a los estudiantes sobre cada uno de los ejercicios sobre los que se les pidió opinión denotan que llegaron a una comprensión más acabada del tema.
- La prueba de U Man Whitney muestra la mejora significativa en el rendimiento académico del grupo experimental con respecto al grupo control.

Referencias

Altman, S., y Comparatore, C., (2008). Matemática. Funciones 2. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Longseller .

Coll, C. (2002) Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. En Coll, César; Palacios Jesús y Marchessi, Álvaro Desarrollo Psicológico y Educación.Tomo II. Madrid. España: Alianza Editorial

Martinez, E., Triviño, J. A. y Bonilla, B. E. (Ed.). (2023). Las prácticas del profesor de matemáticas en formación inicial al diseñar tareas asociadas a la fracción. Florencia, Colombia: Editorial Universidad de la Amazonia

Martinez, S. (2020) fiseño, implementación y análisis de una propuesta didáctica para la proporcionalidad en el primer ciclo de secundaria. Valladolid, España: Escuela de Doctorado Universidad de Valladolid.

Molina, A., Féliz O., Laurens, R., Toribio, C. Cueto, R., Michel, D., Carbonell, L., Larcier, N., Lugo, J. y Montes de Oca, R. (2008). Matemática II. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Santillana.

Rico, L., Lupianez J. L. y Molina, M. (2013). Análisis Didáctico en Educación Matemática. a. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular. Granada. España: Editorial Comares, S.L.

Anexos

Anexo 1

Unidad didáctica
Título:
Funciones exponenciales y logarítmicas
Objetivos:
Afianzar el concepto de función y de sus conceptos vinculados.

Comprender las características, comportamiento gráfico y crecimiento de las funciones exponenciales, incluyendo el concepto de función inversa.

Comprender el concepto de logaritmo, las propiedades de los logaritmos, las características de la función logarítmica, comportamiento gráfico y crecimiento, incluyendo el concepto de función inversa

Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas, optimizando dichos procesos.

Aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas, optimizando dichos procesos

Contenidos:

Repaso de: densidad de una sustancia, área y volumen de una esfera, área y perímetro de la corona circular, deducción de fórmulas, definición de función, gráfica de funciones, función cuadrática y cúbica, clasificación de funciones, dominio, imagen, ceros, intervalos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constancia, asíntotas y función inversa.

Función exponencial, logaritmo, propiedades de los logaritmos, función logarítmica, función logarítmica, ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Ejercicios y problemas.

Metodología:

En primer término, se leía varias veces el enunciado del problema entre todos y la docente aclaraba las dudas que surgían, luego los alumnos los resolvían y entregaban dichas resoluciones a la docente, en la clase siguiente recibían las correcciones y devoluciones pertinentes por parte de la docente.

Evaluación:

La evaluación se llevó a cabo mediante una prueba escrita.

Tareas:

Tarea “Pelotas para malabares”

En un circo quieren construir pelotas rellenas para malabares, calcular:

1. Cuánto relleno y cuanta tela para forrarlas deben adquirir por pelota si las desean fabricar de 60 mm de diámetro rellenas de arroz (densidad=0.9 g/cm^3).
2. Graficar la función del volumen de la pelota en función del radio y del área de la pelota en función del radio.
    a. Graficarla
    b. Clasificarla. Justificar.
    c. Indicar su dominio, imagen, ceros, intervalos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constancia. Justificar.
    d. Encontrar las asíntotas y la función inversa, si las tuviera. Justificar.

Tarea “Coronas navideñas”

Se desean fabricar coronas navideñas de cartón para las puertas, calcular:

1. Deducir la fórmula de la corona circular, a partir de la fórmula del área del círculo.
2. Si las coronas se quieren hacer de 25 cm de diámetro mayor y un espesor de 5 cm, calcular cuántos m^2 de cartón habría que comprar para fabricar 50 coronas.
3. Hallar la fórmula del perímetro de una corona circular partiendo de la fórmula de la longitud de una circunferencia y calcular los m de cinta navideña que hay que comprar para rodear por afuera y por adentro a una corona navideña.
4. Graficar la función del área de la corona en función del espesor.
    a. Graficarla.
    b. Clasificarla. Justificar.
    c. Indicar su dominio, imagen, ceros, intervalos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constancia. Justificar.
    d. Encontrar las asíntotas y la función inversa, si las tuviera. Justificar.

Función exponencial

Tarea "Plazo fijo"

Diferencia entre interés simple y compuesto:

Cuando un inversor coloca dinero en un banco a plazo fijo que genera por ejemplo intereses mensuales y el inversor cada mes retira los intereses que gana, eso se denomina INTERES SIMPLE, en el caso de que no los retire y deje que se sumen a su capital cada mes para que produzcan nuevos intereses eso se denomina INTERES COMPUESTO.

Colocamos durante 4 trimestres \$100.000 en un banco, que paga el 10 % de interés trimestral, completar las siguientes tablas suponiendo que lo hace a interés simple en la primera y a interés compuesto en la segunda, completar, justificando, las filas que faltan:

PERIODO	CAPITAL AL COMIENZO DEL PERIODO	INTERES OBTENIDO EN EL PERIODO	MONTO
1	\$100000	\$10000	\$110000
2	\$100000	\$10000	\$110000
3	\$100000	\$10000	\$110000
4	\$100000	\$10000	\$110000

PERIODO	CAPITAL AL COMIENZO DEL PERIODO	INTERES OBTENIDO EN EL PERIODO	MONTO
1	\$100000	\$10000	\$110000
2	\$110000	\$11000	\$121000
3	\$121000	\$12100	\$132100
4	\$132100	\$13210	\$145310

Ahora vamos a deducir una fórmula que permita calcular el monto de un capital a interés compuesto después de n periodos:

PERIODO	CAPITAL AL COMIENZO DEL PERIODO	INTERES OBTENIDO EN EL PERIODO	MONTO

1	C	I=C. i. 1 (fórmula de interés simple)	$C_1=C+I$ $C_1=C+(C.i.1)=C_1=C(1+i)$
2	C_1	$I=C_1.\ I.\ 1$	$C_2=C_1+I=C_1+C_1.\ I=C_2=C_1(1+i)=C(1+i)(1+i)$ $C_2=C(1+i)^2$
3	C_2	$I=C_2.\ I.\ 1$	$C_3=C_2+I=C_2+C_2.\ I=C_3=C_2(1+i)=C(1+i)^2(1+i)$ $C_3=C(1+i)^3$
4			
n-1			
n			

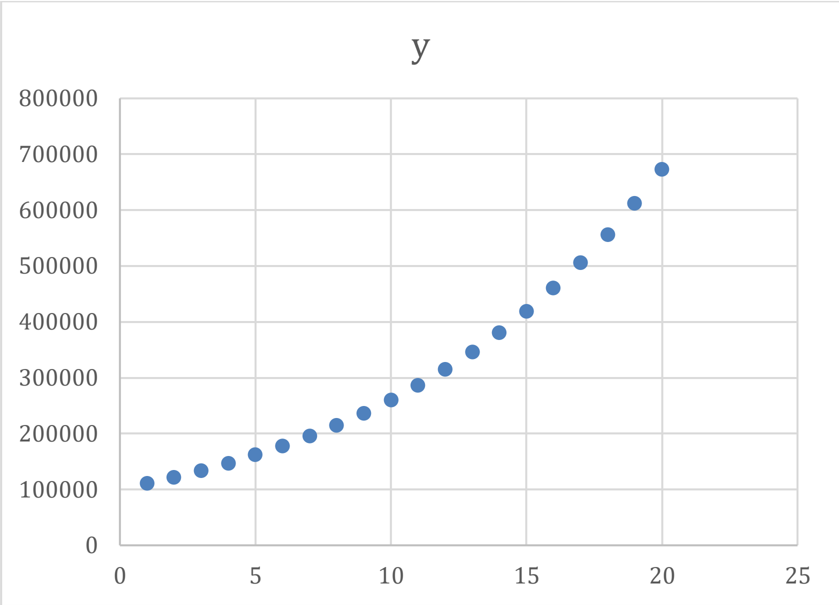
Actividad 1:

Ahora graficaremos el monto a interés compuesto en función del período, mediante una planilla de cálculo y haciendo uso de la fórmula recién deducida del monto a interés compuesto.

A continuación, se muestran los resultados que deberán obtenerse:

x	y
1	110000
2	121000
3	133100
4	146410
5	161051
6	177156,1
7	194871,71
8	214358,881
9	235794,769
10	259374,246
11	285311,671
12	313842,838
13	345227,121
14	379749,834
15	417724,817
16	459497,299
17	505447,028

18	555991,731
19	611590,904
20	672749,995



Observando la gráfica, responder la siguiente pregunta:

- El gráfico obtenido ¿representa una función?, si la respuesta es afirmativa:
  a. Clasificarla
  b. Indicar su dominio, imagen, ceros, intervalos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constancia.
  c. Encontrar las asíntotas y la función inversa, si las tuviera.

Logaritmo

Definición: El logaritmo es el exponente al que hay que elevar una base (positiva y distinta de 1) dada para obtener la potencia dada.

Ejemplos:

$Log_2 8 = 3$ pues $2^3=8$

$Log_3 9=2$ pues $3^2=9$

$Log_{10} 10=1$ pues $10^1=10$

$Log_4 1/16=-2$ pues $4^{-2}=1/16$

Las expresiones $y=a^x$ e $y=log_a x$ son inversas una de la otra.

Propiedades de los logaritmos

Altman, S., Comparatore, C y Kurzrok, L. (2008, p.41)

- Si **m** y **n** son números positivos y **a**, una base, con: $\mathbf{m=a^x}$; $\mathbf{n=a^y}$, entonces el producto de estos números es:$\mathbf{m.n=a^x.a^y=a^{x+y}}$.

La expresión anterior muestra que el producto **m** . **n** también puede expresarse como una potencia de la base **a.**

De acuerdo con la definición del logaritmo: $\log_a(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) = x + y$, como $x = \log_a \mathbf{m}$ e $y = \log_a \mathbf{n}$ se concluye que:

$\log_a(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) = \log_a \mathbf{m} + \log_a \mathbf{n}$

Esto es, el logaritmo en base **a** del producto de dos números es la suma de los logaritmos de esos números, en la misma base.

- Puesto que $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}} = \boldsymbol{a}^{x-y}$ podemos inferir que:

$\log_a \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}} = \log_a \mathbf{m} - \log_a \mathbf{n}$

El logaritmo, en base **a**, del cociente de dos números es la diferencia del logaritmo del dividendo y el logaritmo del divisor, en la misma base.

Otras propiedades de los logaritmos son:

- El logaritmo, en base **a**, de la potencia **r**-ésima de un numero **m** es igual al exponente **r** multiplicado por el logaritmo de ese número en la misma base.

$\log_a(\mathbf{m}^r) = \mathbf{r} . \log_a \mathbf{m}$

- El logaritmo, en base **a**, de la raíz **r**-ésima de un numero **m** es igual al reciproco del índice **r** multiplicado por el logaritmo de ese número en la misma base.

$\log_a(\sqrt[r]{\mathbf{m}}) = \frac{1}{\mathbf{r}} . \log_a \mathbf{m}$

Tarea "El millón"

Usando la fórmula hallada antes del monto a interés compuesto averiguaremos, justificando, en qué momento (cantidad de períodos) llegaremos a alcanzar un millón de pesos de monto:

$C_n = C\ (1+i)^n$

Reemplazando los datos:

$1000.000 = 100.000\ (1+0,10)^n$

$1000.000/100.000 = 1,1^n$

$10 = 1,1^n$

Buscamos a qué número hay que elevar 1,1 para que de 10

Precisamente el buscar el exponente es buscar un logaritmo, como se explicó anteriormente.

Para poder hallar el valor de n aplicamos logaritmo a ambos miembros y la propiedad del logaritmo de una potencia:

$\log 10 = \log 1,1^n$

$\log 10 = n . \log 1,1$, despejando n nos queda:

$n = \log 10 / \log 1,1$

resolviendo con la calculadora nos da:

$n = 24,16$

Si en la tabla de valores realizada en la actividad 1 agregamos por ejemplo hasta n=30 observaríamos que en el período 25 el monto ya supera el millón de pesos.

x	y
1	110000
2	121000
3	133100
4	146410
5	161051

6	177156,1
7	194871,71
8	214358,881
9	235794,769
10	259374,246
11	285311,671
12	313842,838
13	345227,121
14	379749,834
15	417724,817
16	459497,299
17	505447,028
18	555991,731
19	611590,904
20	672749,995
21	740024,994
22	814027,494
23	895430,243
24	984973,268
25	1083470,59
26	1191817,65
27	1310999,42
28	1442099,36

Función Logarítmica

Tarea "Escala de Richter"

Un terremoto se mide con una amplitud 392 veces más grande que A0. ¿Cuál es la magnitud de este terremoto usando la escala Richter, en décimas? Graficar R=f(A) usando el software Graphmatica. Justificar.

Usa la ecuación de la escala Richter.

$$R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

A – la medida de la amplitud de la onda del terremoto

A0 – la amplitud de la onda más pequeña detectable (u onda estándar)

R –intensidad del terremoto[1]

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Ejercitación

Altman, S., Comparatore, C y Kurzrok, L. (2008, p.70 y 71)

Hallen los valores de x que verifican cada una de las siguientes igualdades.

a. $9^{2x-3} : 3^{x-2} = 27.81^{1-x}$
b. $4^{2x-1}:8^{2-x}=16.2^{2-2x}$
c. $3^{2-x}.(5^{x+1})^{2-x}.6=3^{2x}:7$
d. $\log_5(3x-4) = -2$

[1] extraído y con elaboración propia de https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-15-19_RESOURCE/U18_L4_T2_text_container_es.html

e. $(4^{1-x})^{2-3x}.2^{x+1}=8^{x}.\frac{1}{2}$
f. $\log_3[(4x-1).(x-1)]=1$
g. $\log_4(2x-3)+\log_4(5-x)=2$
h. $\log_3(x-5)+\log_3(2x+3)=-1$
i. $\log_{\frac{1}{3}}27^{432}$=x
j. x=$\log_2(\frac{1}{8})^{-387}$

Justificar todas las resoluciones anteriores.

Rtas:

a.	x=11/7
b.	x=14/9
c.	x=1,9178192030́x=−2,96563
d.	x=-101/75
e.	x=1
f.	x=$\frac{5+\sqrt{57}}{8}$óx=$\frac{5-\sqrt{57}}{8}$
g.	No tiene solución.
h.	x=18
i.	x=-1296
j.	x=1161

Guía de ejercicios y problemas

Resolver la siguiente los ejercicios y problemas del libro de las páginas mencionadas, justificando en todos los casos. Altman, S., Comparatore, C y Kurzrok, L. (2008, p.73,74,75,76,77,78,79 y 80)

Anexo 2

TAREAS DIAGNÓSTICAS

1. Resolver aplicando propiedades:
   1. $a^{200}:a^{50}$=
   2. $a^{200}.a^{50}$=
   3. $(a^{200})^{50}$=
2. Extraer factor común:
   1. 2x+ax=
   2. -3x^2+2x=
3. Hallar el valor de h en las siguientes ecuaciones:
   1. h/2-3h=4
   2. 2.(h/2-5)=-3(h+1/2)
4. Convertir en una expresión equivalente sin utilizar el exponente fraccionario:
   1. $m^{3/2}$
   2. $r^{4/5}$
5. Dada la siguiente función:

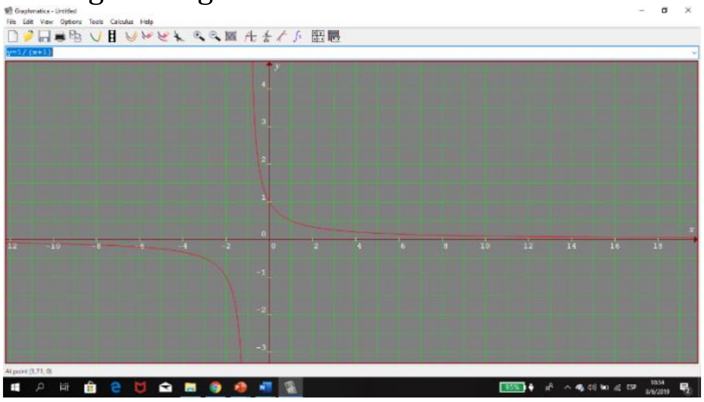
   f(x)=(x-3) (x+1)^2

a. Graficarla

b. Clasificarla

c. Indicar su dominio, imagen, ceros, intervalos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constancia.

6. Dada la siguiente gráfica indicar las ecuaciones de las asíntotas:



7. Dada la función f(x)=2x-2 hallar $f^{-1}(x)$
8. Resolver por el método de igualación el siguiente sistema de ecuaciones:
   2x+3y=4
   -4x+y=6

9. Dada la siguiente función: $f(x)=-2x^2+3x+1$, hallar las coordenadas de los ceros, la ecuación del eje de simetría y las coordenadas del vértice.

10. Responder V o F. Justificar
   a. En el ejercicio siguiente se aplicó la propiedad conmutativa:
      a.b.=c.d. ⇒ a.b.e=c.d.e siendo e≠0
   b. 30/1000=30%
   c. El símbolo ⇒ significa lo mismo que el símbolo ⇔
   d. $(-2)^{-3}= -8$
   e. $\sqrt{\sqrt[3]{64}}=2$
   f. En la calculadora el cálculo: 2^8/ (4*8) da por resultado 512
   g. -2 es solución de la ecuación | x – 2| = 4

Anexo 3

PRUEBA DIAGNOSTICA
FUNCION EXPONENCIAL Y LOGARITMICA

1. Plantee y resuelva el siguiente problema:

El número de bacteria N(t) de una muestra, al cabo de un tiempo t en segundos, se obtiene con la expresión $N(t)=e^{k.t}$. ¿Si la tasa de crecimiento k de la población es de 25 individuos por segundo, cuantas bacterias habrá en la muestra al cabo de 10 segundos?

2. Resuelva la siguiente ecuación aplicando las propiedades correspondientes:

$5^{x+1}+5^x=150$

3. Resuelva aplicando las propiedades correspondientes:

$\log_5$ (1/125:625)

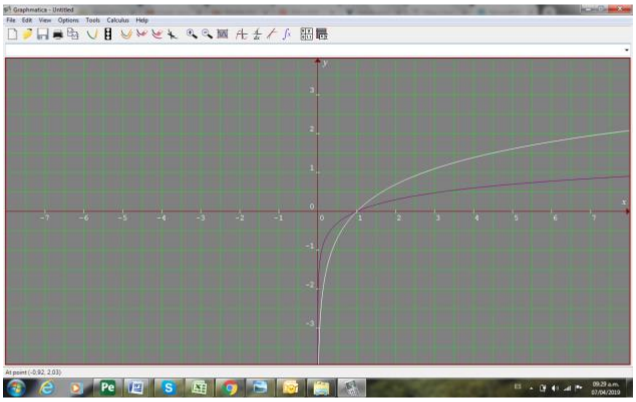
4. Indique el dominio de la siguiente función y represéntela gráficamente:

$f(x)=\log_5(-5x+10)$

5. Resuelva la siguiente ecuación logarítmica aplicando las propiedades correspondientes:

log (3/2 –x)=log 3/2 – log x

6. Observe la figura e identifique qué grafica corresponde a y=ln x y cuál a y=log x



Anexo 4

Entrevistas realizadas a los alumnos

Entrevista inicial, exploratoria o de diagnóstico

Tarea a la que aplica: "Pelotas para malabares" y "Coronas navideñas"

Pregunta	Algunas respuestas de los estudiantes
¿Usted cómo resolvió las tareas por primera vez?	Alumno 1: "Escuchando y haciendo lo que decía la profesora" Alumno 2: "Hicimos la actividad entre todos (lo charlamos)"
¿Qué dificultades tuvo al realizar el procedimiento?	Alumno 1: "Más que nada la dificultad se vio porque no tenía bien aceitado el tema" Alumno 2:" No conocía el significado de algunas palabras (imagen, dominio, inyectiva, sobreyectivas, biyectiva)"
¿Podría explicarme cómo se grafica el área y el volumen en función del radio?	Alumno 1:" Si, reemplazando en la fórmula" Alumno 2:" Usé la fórmula $A=r^2.\pi$ y $V=4/3\ \pi.\ r^3$
¿Podría explicarme cómo se analizan las funciones?	Alumno 1:" Si, conociendo las clasificaciones y observando el gráfico" Alumno 2:" Se analizan por sus intervalos de positividad y negatividad y su crecimiento y decrecimiento"

Entrevista de desarrollo o de seguimiento

Tarea a la que aplica: "Plazo fijo"

Describa el procedimiento que usted utilizó para calcular los intereses.	Alumno 1:” Reemplazamos los datos en la fórmula $C=C_0 (1+i)^n$” Alumno 2:” Regla de 3 con el porcentaje de interés”
¿Qué conceptos matemáticos necesitó para hallarlo?	Alumno 1:” Requerimos de conocimiento de logaritmos y ecuaciones exponenciales” Alumno 2:” El saber despejar”
¿Cómo reconoció si la gráfica pertenecía a una función?	Alumno 1:” Ubicando los valores, si da interés la función aumenta” Alumno 2:” No me acuerdo”
¿Cuáles fueron sus dificultades para arribar a la fórmula?	Alumno 1:” Al principio me costó relacionarla con el razonamiento, pero luego de un rato, pude” Alumno 2:” Ninguna”

Entrevista de desarrollo o de seguimiento

Tarea a la que aplica: “El millón”

¿Podría resumir la tarea con sus palabras y explicar el concepto de logaritmo?	Alumno 1:” Es la forma de hallar un exponente en ecuación donde es incógnita” Alumno 2:” El concepto es que si no marca base es 10”
¿Por qué fue necesario aplicar la definición de logaritmo y las propiedades de los logaritmos para resolver la tarea?	Alumno 1:” porque sino no podrías despejar la n la cual estaba potenciada” Alumno 2:” Para darnos cuenta que sin logaritmo no podemos seguir con el problema”

Entrevista de desarrollo o de seguimiento

Tarea a la que aplica: “Escala de Richter”

¿Observó alguna vez un terremoto?	Alumno 1:" No en persona, pero vi videos en la televisión" Alumno 2:" Si"
¿Comprendió de inmediato el enunciado?	Alumno 1:"no, la verdad me costó mucho" Alumno 2:" Me costó un poco entenderlo"
¿Qué estrategia uso para resolverlo?	Alumno 1:" Cancelar todo lo posible. Limpiar la ecuación" Alumno 2:" apliqué la fórmula que estaba en la tarea"

Entrevista final
Preguntas de autoevaluación

¿De qué manera las tareas que realizó le aportan a su formación matemática?	Alumno 1:" Me ayuda a practicar más el tema" Alumno 2:" Con el conocimiento de términos y fórmulas "
¿Qué fue lo más significativo que descubrió al realizar las tareas?	Alumno 1:" Me ayuda a practicar más el tema" Alumno 2:" Realmente me refuerza mis conocimientos matemáticos"
¿De qué manera la resolución de problemas permitió su comprensión del concepto de funciones exponenciales y logarítmicas?	Alumno 1:" Permitió descontracturar el tema y ayudar al pensamiento lógico" Alumno 2:" Muchas veces relacionar situaciones abstractas como números y cuentas con situaciones reales ayuda a comprenderlas mucho mejor"